# LA LANTERNE DES MORTS DE FENIOUX

Le petit village de Fenioux situé à une dizaine de kilomètres au sud de Saint Jean d'Angély, possède une église romane du plus pur style et une lanterne des morts. Celle-ci va faire l'objet de cette étude.

Cette lanterne des morts du XII$^e$ siècle possède onze colonnes posées en cercle sur une base carrée, et sont disposées côte à côte sur un cercle. Au dessus de ces colonnes sont disposées treize colonnettes plus ou moins espacées afin que la lanterne puisse éclairer le voisinage. Enfin ces colonnettes sont surmontées d'une pyramide à base carrée. Un escalier très étroit permet d'accéder à la lanterne. Le problème que nous nous proposons de résoudre concerne les 11 colonnes. Comment les constructeurs de l'époque ont-ils pu construire un polygone régulier de onze côtés?

Depuis la plus haute antiquité on savait construire à l'aide de la régIe et du compas quelques polygones réguliers (polygones ayant leurs côtés égaux ainsi que leurs angles), ainsi le triangle équilatéral, le pentagone, l'hexagone, le décagone (10 côtés), le dodécagone (12 côtés). Mais on savait aussi qu'il n'était pas possible, à l'aide de la régIe et du compas, d'obtenir un polygone régulier de 11 côtés. Il fallait donc trouver une solution approchée. une méthode possible consiste à utiliser le décagone et le dodécagone.

La figure l concerne la construction des côtés de ces deux polygones.

Le cercle de centre O étant donné, on trace deux diamètres perpendiculaires AB et PQ.

<u>Dodécagone:</u> Le cercle de centre P et de rayon PO coupe le cercle (O) en D. Le triangle POD est équilatéral et l'angle POD mesure 60°. L'angle AOD a donc pour valeur 30°. 30° est la mesure de l'angle au centre correspondant au côté du dodécagone, en effet: 30 = 360 : 12. Donc AD est le côté du dodécagone régulier inscrit dans le cercle (O).

<u>Décagone:</u> Traçons le cercle de centre L et de diamètre CQ. La droite AL coupe le cercle en M et N. Le segment AM est le côté de décagone régulier inscrit dans le cercle (O).

Arrêtons-nous un instant sur cette construction. Les cercles de centre A et de rayon AM et AN coupent le diamètre AB en M' et N'. Les points M'et N' partagent le segment OA en moyenne et extrême raison.

Les calculs montrent que l'on a :

$$AM' = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0,618...$$

$$AN' = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1,618...$$

Si l'on suppose que le rayon du cercle (O) a pour mesure l'unité de longueur, on peut vérifier les deux égalités suivantes:

$$AN' - AM' = AN - AM = MN = AO = 1$$

$$AN' \times AM' = AN \times AM = AO^2 = 1$$

On peut écrire $\frac{AN'}{AO} = \frac{AO}{AM'}$

On obtient ce que l'on appelle la sublime ou la divine proportion et le nombre
$\sqrt{5} + 1$= 1,618... est le nombre d'or.

Le nombre d'or est à la base de beaucoup de constructions. C'est ainsi que d'après M. Rivaud, le nombre d'or aété très utilisé dans la construction de l'Hôpital des Armées à Rochefort.

A l'aide des deux polygones réguliers nous pourrons construire le polygone cherché, ce que nous montre la figure II.

A partir du point A du cercle (O), nous marquons sur ce même cercle les points M et N tels que AM et AN soient respectivement les côtés du dodécagone et du décagone régulier. La bissectrice de l' angle MON coupe le cercle (O) en 3.

Le segment AB est le côté du polygone (presque) régulier de 11 côtés inscrit dans le cercle (O). Si cette construction n'est théoriquement qu'approchée elle est néanmoins satisfaisante du point de vue pratique car l'erreur commise est très faible.

**Estimation de l'erreur commise**

Les mesures des angles AOM et AON sont respectivement de 30° (360 : 12) et 36° (360 : 10). L'angle AOB a pour valeur (30 + 36) : 2 = 33°. L'angle au centre correspondant au polygone strictement régulier de 11 côtés mesure: 360 : 11 = 32° 72'

On commet donc une erreur angulaire de 27', ce qui est très faible. On peut s'en rendre compte en utilisant les longueurs calculées d'après les méthodes modernes.

Supposons OA = 1 m. On trouve AB = 0,5685 m.

Le côté du polygone strictement régulier mesure 0,5635 m., d'où une différence maximum de 0,005 m., soit 5 mm par mètre. Les compagnons de l'époque qui étaient très expérimentés ont pu corriger facilement l'erreur commise en prenant une longueur légèrement inférieure à celle de AB.

**Les mesures**

A défaut de connaître les dimensions exactes nous avons mesuré le diamètre des colonnes. Chacun d'eux a pour valeur 46 cm. Le rayon du cercle correspondant est donc 23 cm.

Reportons nous à la figure III

Nous avons $OA = \frac{AL}{\text{Sin AOL}} = 0{,}82$ m.

OC = OA - CL = 0,82 - 0,23 = 0,59 m.

L'espace vide entre les colonnes a pour diamètre 1,18 m.

C'est à l'intérieur de cet espace que se trouve l'escalier. Une colonne centrale a 0,23 m. de rayon, de sorte qu'une marche d'escalier a pour longueur 0,59 - 0,23 = 0,36 m., soit 36 cm.

C'est donc un escalier très étroit et il ne faut pas être très corpulent pour y accéder.

**Section Horizontale**

Les sommets du polygone étant obtenus, comment obtenir les cercles qui ont pour centre ces sommets et qui représentent la section horizontale de ces colonnes.

Deux cercles consécutifs doivent être tangents (c'est-à-dire doivent se toucher).

Soit AB un côté du polygone (figure III); la perpendiculaire abaissée de O sur AB coupe le segment AB en son milieu L. Les cercles de centres A et B et de rayon AL sont les cercles cherchés.

On construit tous les cercles de même rayon (AL) qui ont pour centre les onze sommets du polygone. On obtient ainsi (figure IV) la section horizontale des 11 colonnes de la lanterne des morts.

**Autre méthode (figure 5)**

Voici une autre méthode sans doute plus simple à utiliser par les compagnons.

Traçons le demi-cercle de centre O et de rayon OA. Sur une droite à partir de A plaçons 7 segments égaux à la suite. On obtient ainsi le point E. Joignons OE. Par le point F, tel que AF renferme 4 segments, menons la parallèle à OE. Cette parallèle coupe AO en G. On a ainsi

$$AG = \frac{4}{7} AO$$

Le cercle de centre A de rayon AG coupe le cercle (O) en B. AB est le côté du polygone (presque) régulier inscrit dans le cercle (O).

Ainsi la simple fraction 4/7 suffit à résoudre notre problème. Le calcul montre que l'erreur commise est de 5 mm par mètre, erreur très acceptable et à peine supérieure à celle commise précédemment.

Cette approximation est d'autant plus acceptable qu'à l'époque les dessins se faisaient sur du sable et n'atteignaient pas la précision que l'on peut exiger à notre époque.

Enfin il est probable que cette fraction 4/7 a dû être obtenue à partir des calculs trigonométriques. D'ailleurs dans les épures on utilisait des fractions simples, les nombres décimaux n'étant pas ou peu connus à l'époque.

J'ai présenté ces deux méthodes dans le but de montrer qu'au Moyen Age et dans l'Antiquité, les architectes savaient utiliser leurs connaissances en géométrie élémentaire pour ériger des monuments et des temples aux dimensions parfaites et qui ont défié le temps.

René Guillot

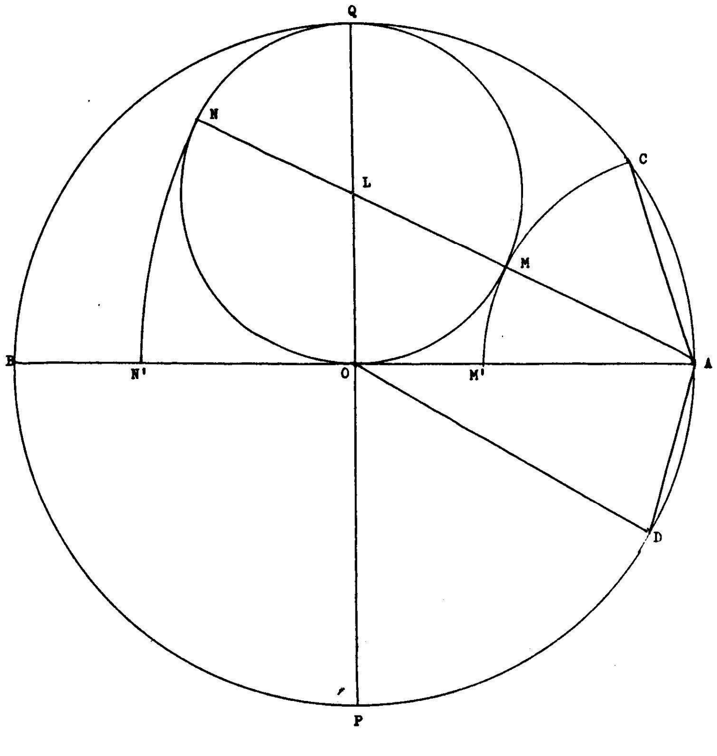


Figure I

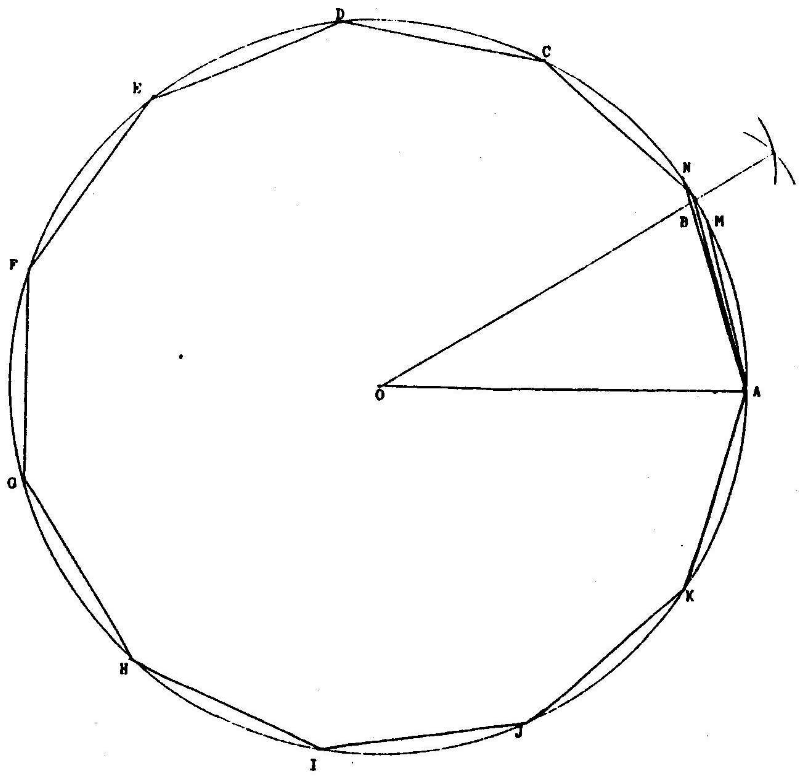


Figure II

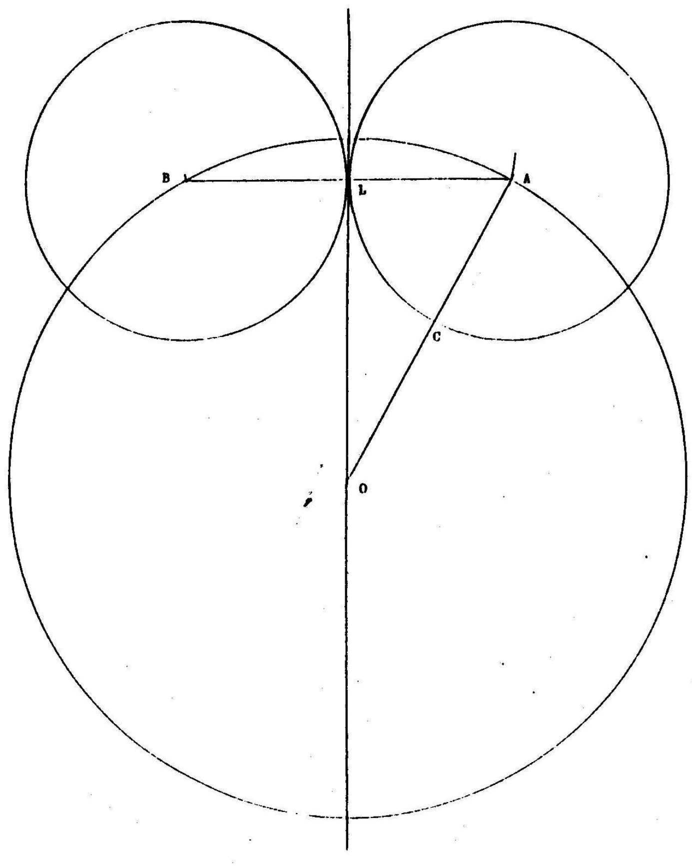


Figure III

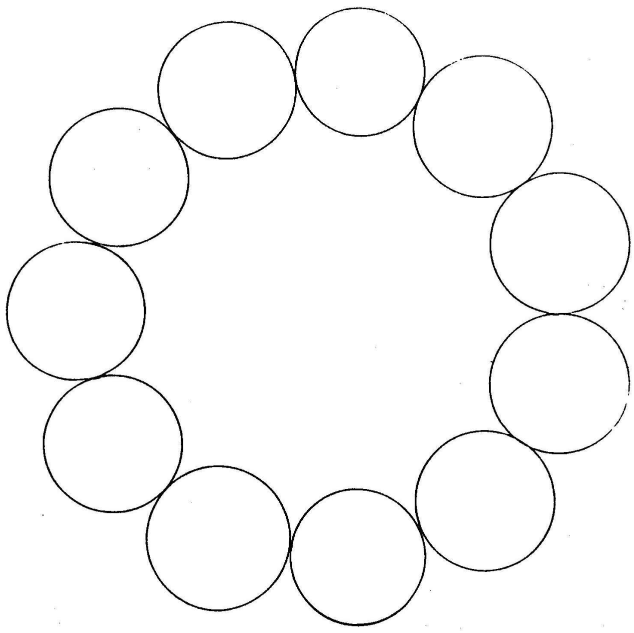

Figure IV

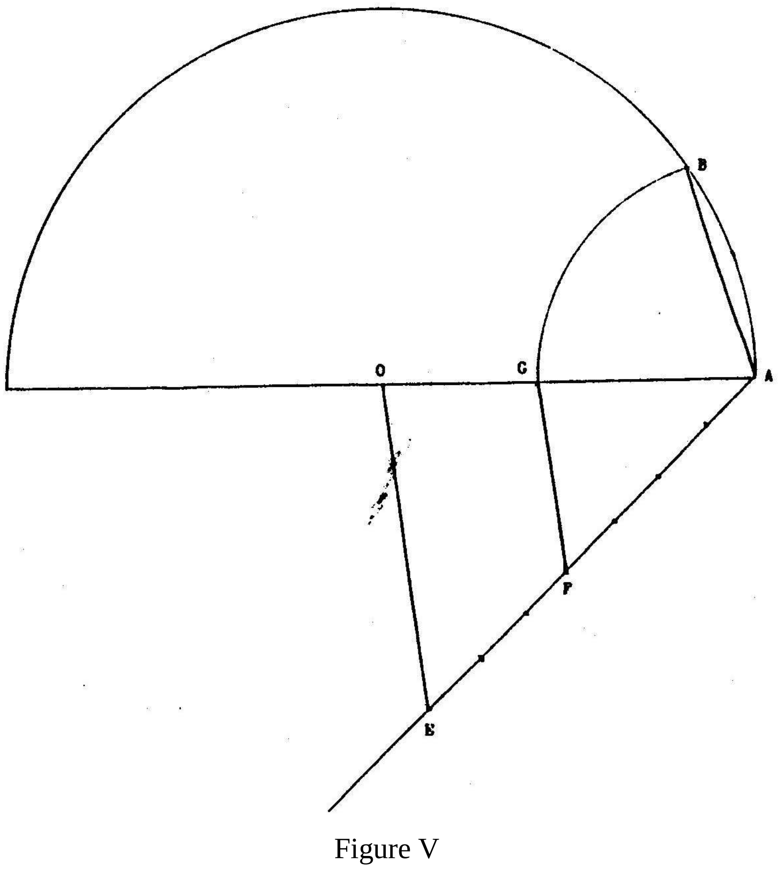


Figure V